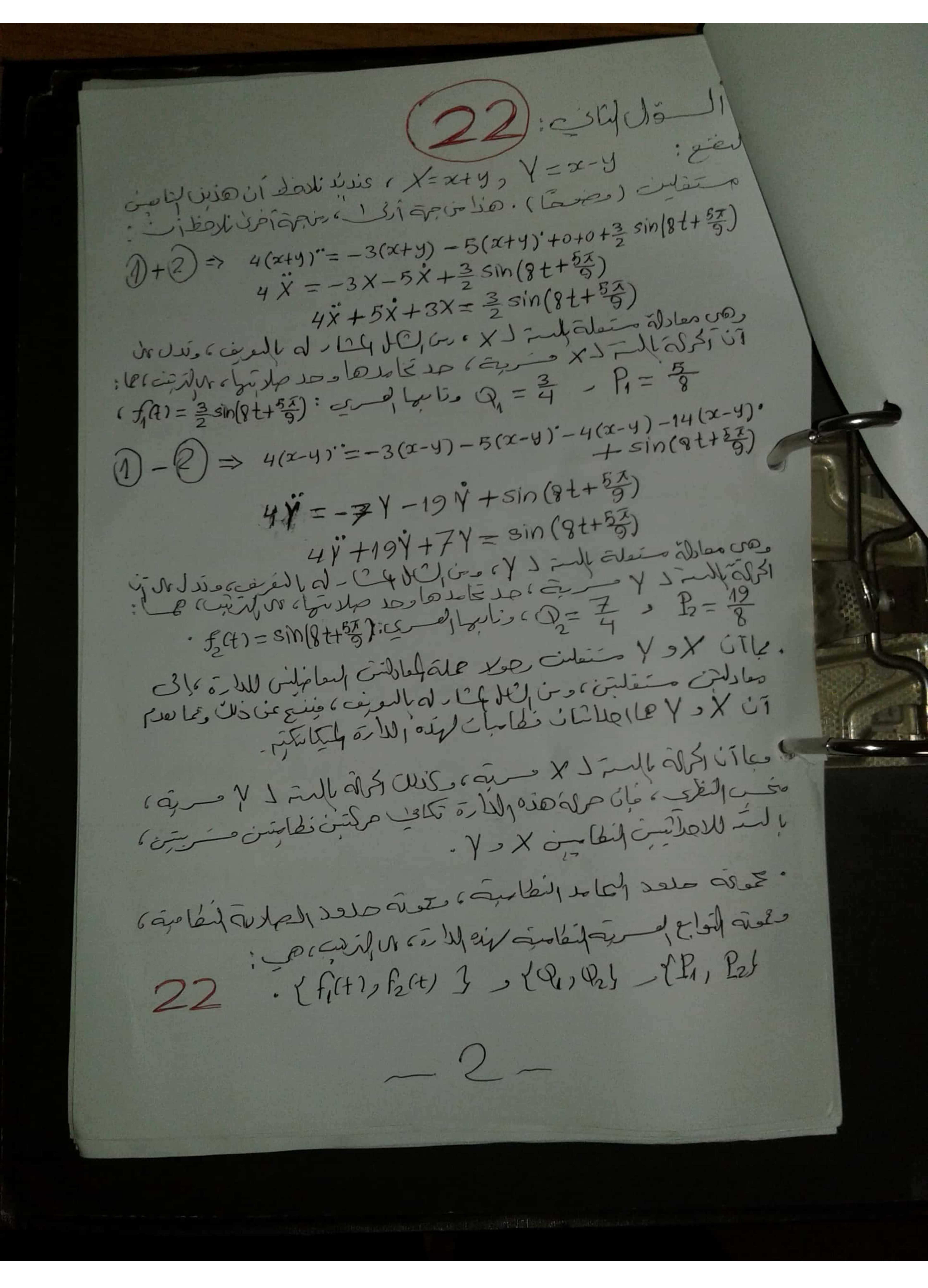
جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

سلم تصحيح مقرر ميكانيك الأمواج
الدورة الإضافية ٢٠١٦ - ٢٠١٧
سنة رابعة رياضيات (ميكانيك)

الدرجة 100

السؤال الأول: 65

١	خطأ	2	تصويب الخطأ: $[A]=\frac{ML^2}{T^3}$.	3
٢	خطأ	2	تصويب الخطأ: $Pa=\frac{kg}{m\cdot sec^2}$.	3
٣	خطأ	2	تصويب الخطأ: $x=\sin(3t+\frac{\pi}{6})$.	3
٤	خطأ	2	تصويب الخطأ: مستقطبة استقطاباً ناقصاً [illegible].	3
٥	خطأ	2	تصويب الخطأ: معامل التخامد اللوغاريتمي يساوي: $\delta=\frac{3\pi}{2}$.	3
٦	خطأ	2	تصويب الخطأ: ثقيل، حيث: $Q=\frac{2}{3}$, $P=\frac{4}{3}$.	3
٧	خطأ	2	تصويب الخطأ: إلى معادلتين مستقلتين: $3\ddot{V}+4\dot{V}+17V=0$, $3\ddot{U}+5U=0$.	3
٨	خطأ	2	تصويب الخطأ: إلى حركتين هرمونيتين بسيطتين ترددهما بالترتيب: $\sqrt{\frac{3}{5}}$ و $\sqrt{\frac{11}{5}}$	3
٩	خطأ	2	تصويب الخطأ: حيث تحقق العلاقة: $\frac{\partial y}{\partial t}(x,t)=-\frac{\partial x}{\partial t}(y,t)\cdot\frac{\partial y}{\partial x}(x,t)$.	3
١٠	خطأ	2	تصويب الخطأ: بالاتجاه السالب للمحور Ox وسرعة $c=\sqrt{2}$.	3
١١	خطأ	2	تصويب الخطأ: $k=\sqrt{3}\,\pi$ و $\lambda=\frac{2}{\sqrt{3}}$.	3
١٢	خطأ	2	تصويب الخطأ: $\nu=\frac{2}{\sqrt{3}}$ و $\varphi_0=\sqrt{3}\,\pi x$ و $a=7$.	3
١٣	خطأ	2	تصويب الخطأ: بسرعة $c=\frac{4}{3}$ وزمن $\tau=\frac{\sqrt{3}}{2}$.	3



السؤال الثاني: (22)

الحل:

$Y = x - y$ ، $X = x + y$ ، عندئذ نلاحظ أن هذين الناظمين مستقلين (مضبطاً). هذا من جهة أولى، ومن جهة أخرى نلاحظ أن:

$$① + ② \Rightarrow 4(x+y)^{\cdot\cdot} = -3(x+y) - 5(x+y)^{\cdot} + 0 + 0 + \frac{3}{2}\sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

$$4\ddot{X} = -3X - 5\dot{X} + \frac{3}{2}\sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

$$4\ddot{X} + 5\dot{X} + 3X = \frac{3}{2}\sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

وهي معادلة مستقلة بالنسبة لـ X ، ومن الشكل العام لها بالتعريف، وتدل على أن الحركة بالنسبة لـ X قسرية، حد تخامدها وحد صلابتها، على الترتيب، هما: $P_1 = \frac{5}{8}$ ، $Q_1 = \frac{3}{4}$ وتابعها القسري: $f_1(t) = \frac{3}{2}\sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$ ،

$$① - ② \Rightarrow 4(x-y)^{\cdot\cdot} = -3(x-y) - 5(x-y)^{\cdot} - 4(x-y) - 14(x-y)^{\cdot} + \sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

$$4\ddot{Y} = -7Y - 19\dot{Y} + \sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

$$4\ddot{Y} + 19\dot{Y} + 7Y = \sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$$

وهي معادلة مستقلة بالنسبة لـ Y ، ومن الشكل العام لها بالتعريف، وتدل على أن الحركة بالنسبة لـ Y قسرية، حد تخامدها وحد صلابتها، على الترتيب، هما: $P_2 = \frac{19}{8}$ و $Q_2 = \frac{7}{4}$ ، وتابعها القسري: $f_2(t) = \sin\left(8t + \frac{5\pi}{9}\right)$.

• بما أن X و Y مستقلين حولا جملة المعادلتين التفاضليتين للدارة، إلى معادلتين مستقلتين، ومن الشكل العام لها بالتعريف، فينتج عن ذلك وبما تقدم أن X و Y هما الإحداثيات الناظمية لهذه الدارة الميكانيكية.

• وبما أن الحركة بالنسبة لـ X قسرية، وكذلك الحركة بالنسبة لـ Y قسرية، حسب التعريف، فإن حركة هذه الدارة تكافئ حركتين ناظميتين قسريتين، بالنسبة للإحداثيين الناظميين X و Y .

• مجموعة حدود التخامد الناظمية، مجموعة حدود الصلابة الناظمية، مجموعة التوابع القسرية الناظمية لهذه الدارة، على الترتيب، هي:

$\{P_1, P_2\}$ ، $\{Q_1, Q_2\}$ و $\{f_1(t), f_2(t)\}$.

22

(13)

السؤال الثالث:

1) حتى نستطيع اثبات المطلوب، تكفي بحسب النظري، أن نثبت أن التابع الحقيقي المعطى يكتب بالشكل: $y(x,t) = f_-(ct+x)$،
حيث: $f_-(ct+x)$ هو تابع حقيقي يتبع لـ $ct+x$ و $c>0$،
وعندئذٍ تكون لجهة سرعة انتشار الموجة هي c.

لنضع: $z = \frac{t}{\sqrt{7}}+x$، فنلاحظ عندئذٍ أن التابع المعطى يكتب بالشكل:

$$y(x,t) = \frac{\cos^3\pi\sqrt{7}z.\sin^2\pi\sqrt{7}z}{7+\sqrt[8]{3+28z^2}} + 4e^{-z^2}(3+2\sin^4\pi\sqrt{7}z)$$

$$= f_-(z) = f_-\left(\frac{t}{\sqrt{7}}+x\right)$$

بالتالي، بحسب ما تقدم ذكره، فإن التابع المعطى، بالفعل يصف لنا أمواج عرضية حقيقية متجانسة أحادية البعد وساكنة في المستوي الشاقولي الثابت Oxy، بالاتجاه السالب للمحور Ox، وجهة سرعة انتشارها هي: $c = \frac{1}{\sqrt{7}}$.

9

2) لنلاحظ أنه عندما: $x\to-\infty$ فإن $z\to-\infty$
وعندما: $t\to\infty$ فإن $z\to+\infty$

وبالتالي عندما $x\to-\infty$ فإن:

$$\lim_{x\to-\infty} y(x,t) = \lim_{z\to-\infty} f_-(z) = 0+0=0 \;;\; \forall t>0$$

والموجة متخامدة في جهة انتشارها.

كما أن:

$$\lim_{t\to\infty} y(x,t) = \lim_{z\to+\infty} f_-(z) = 0+0=0 \;;\; \forall x$$

والموجة متخامدة مع الزمن.

4

د. منتجب الحسن